

Puissance et Nombre de sujets nécessaires



Plan

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. Nombre de sujets nécessaire
5. Calcul
6. Comparaison de 2 pourcentages
7. Conclusion

I. Rappels

- Variabilité individuelle:

⇒ Individus tous différents

⇒ Variable: mesures différentes /individus

⇒ Distribution de la variable

2. Situation

3. Puissance

4. NSN

5. Calcul

7. Pourcentage

6. Conclusion

1. Rappels

2. Situation

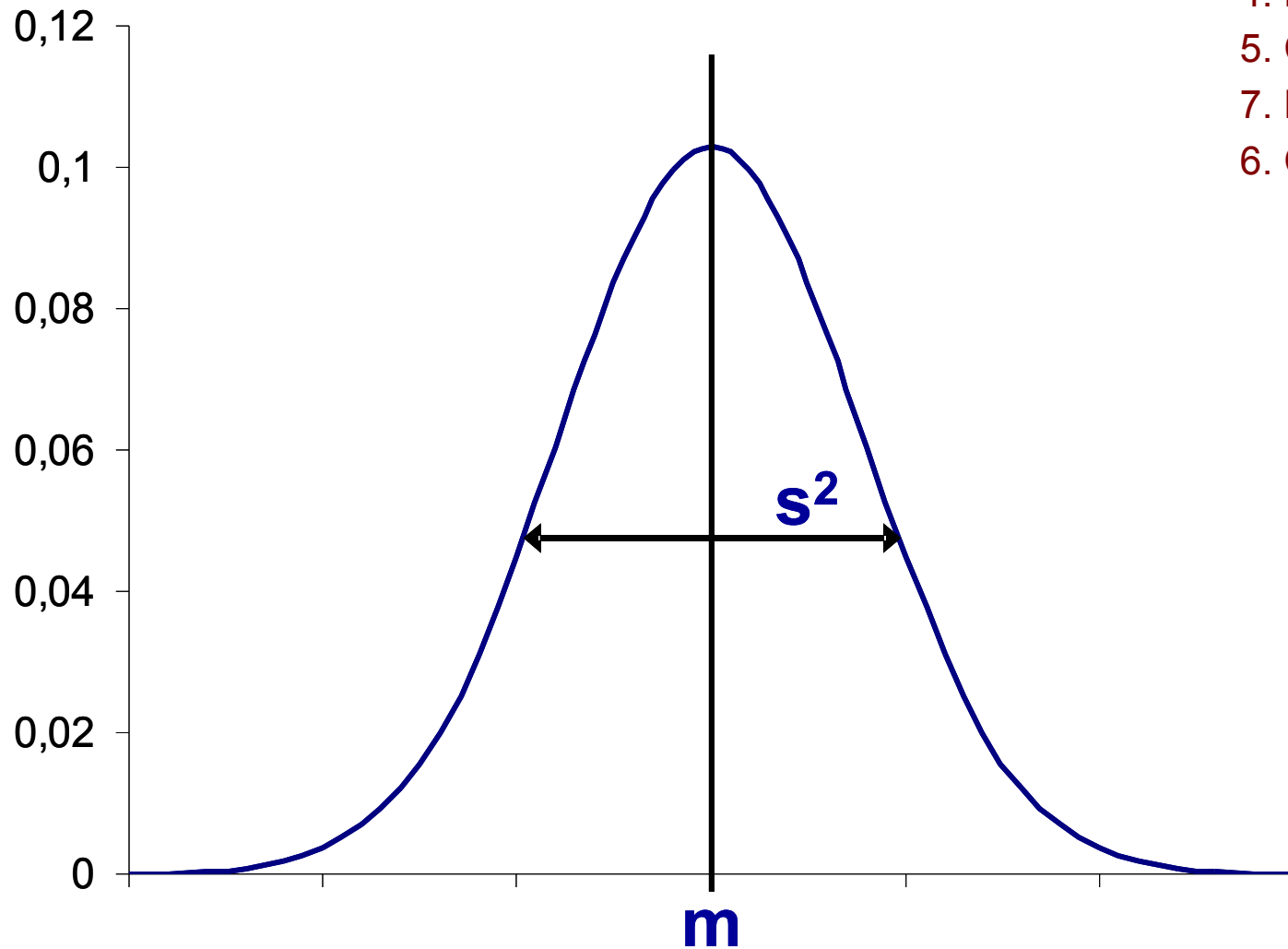
3. Puissance

4. NSN

5. Calcul

7. Pourcentage

6. Conclusion



1. Rappels

2. Situation

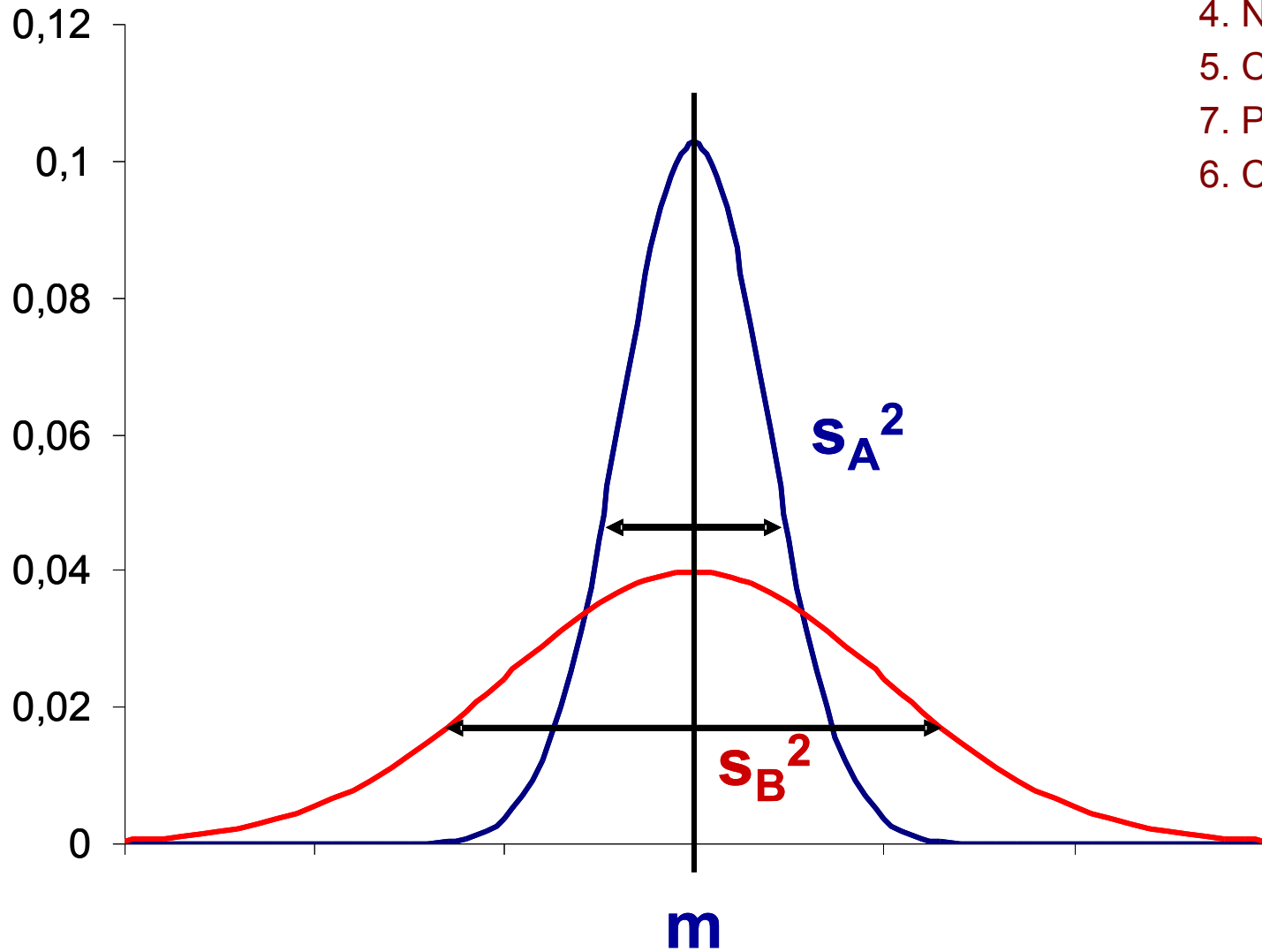
3. Puissance

4. NSN

5. Calcul

7. Pourcentage

6. Conclusion



1. Rappels

2. Situation

3. Puissance

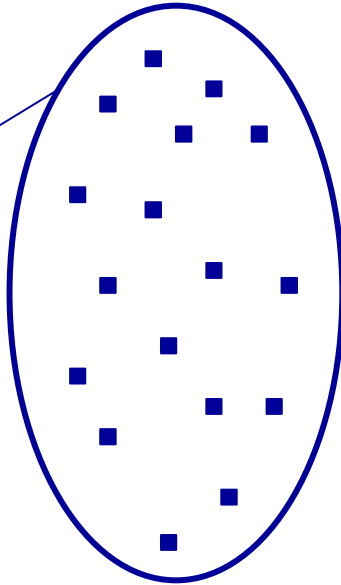
4. NSN

5. Calcul

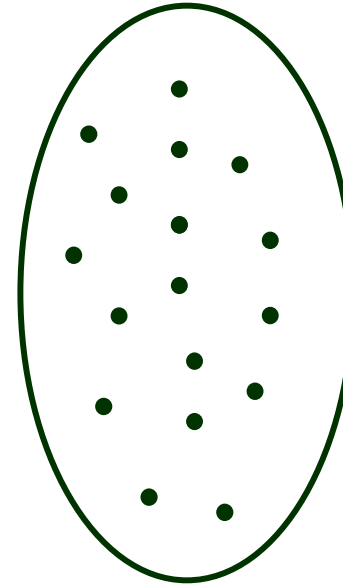
7. Pourcentage

6. Conclusion

Groupe A



=



Groupe B

n_A : nombre de sujets

m_A : moyenne

s^2_A : variance

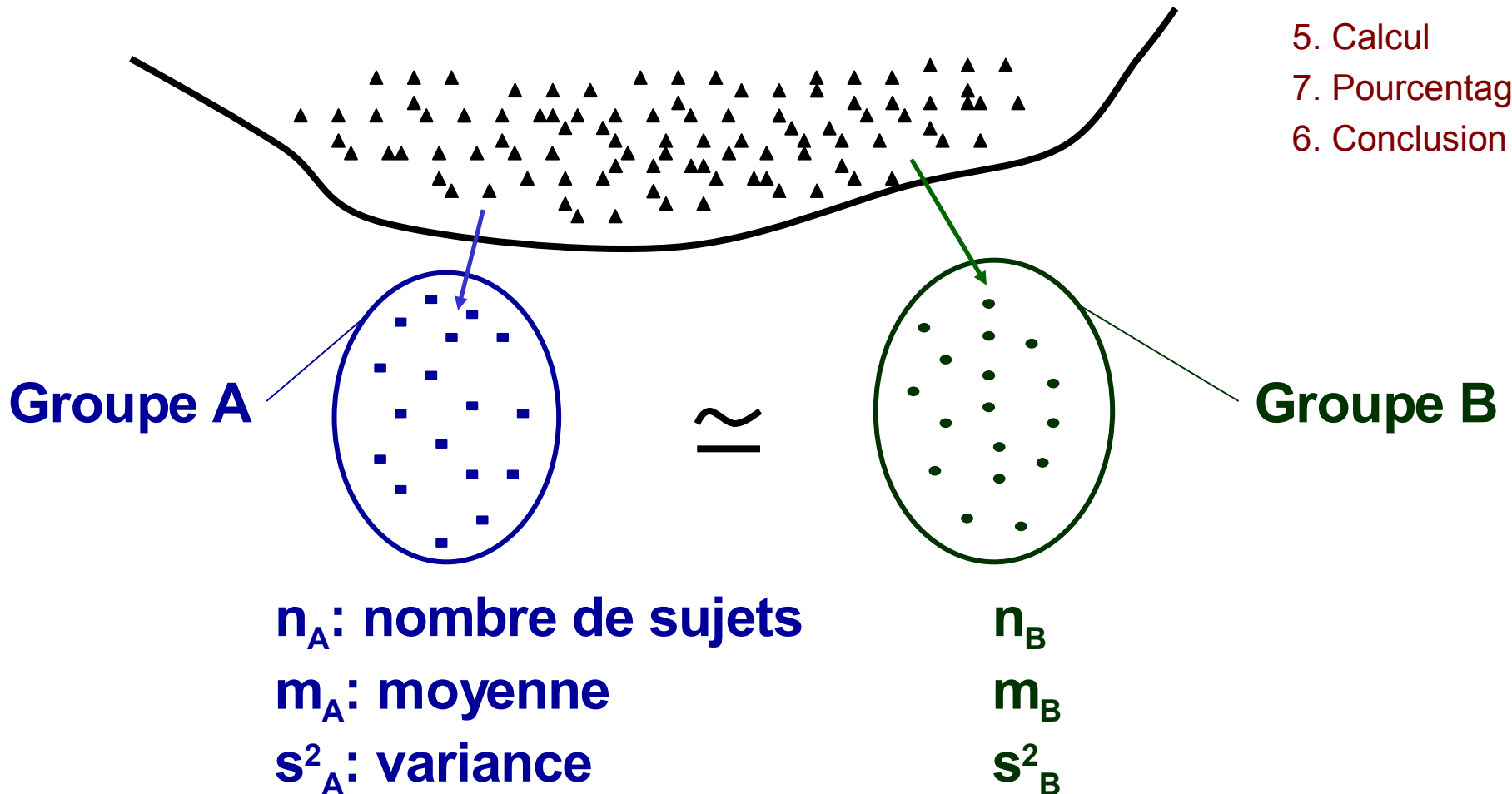
n_B

m_B

s^2_B

1. Rappels

2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
7. Pourcentage
6. Conclusion



1. Rappels

2. Situation

3. Puissance

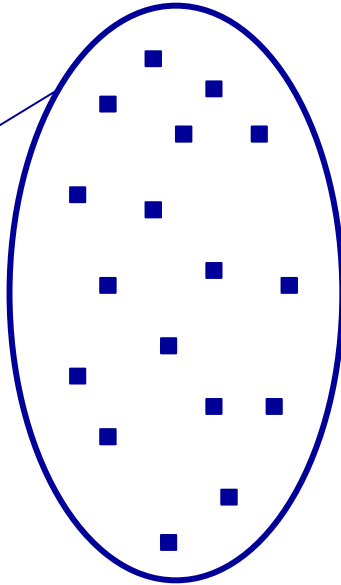
4. NSN

5. Calcul

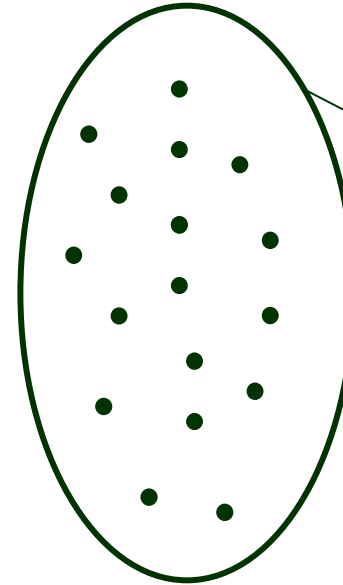
7. Pourcentage

6. Conclusion

Groupe A



\neq



Groupe B

n_A : nombre de sujets

m_A : moyenne

s^2_A : variance

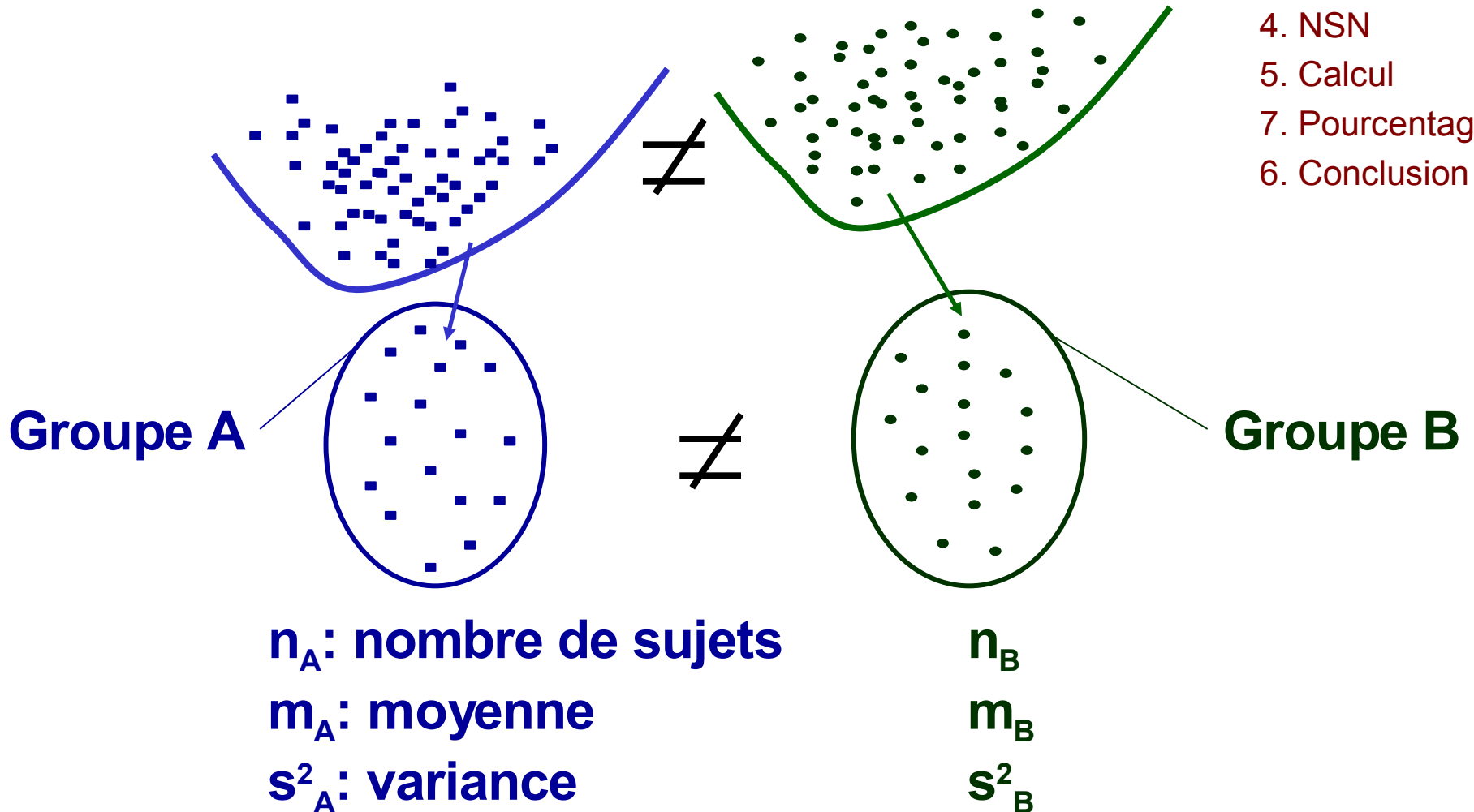
n_B

m_B

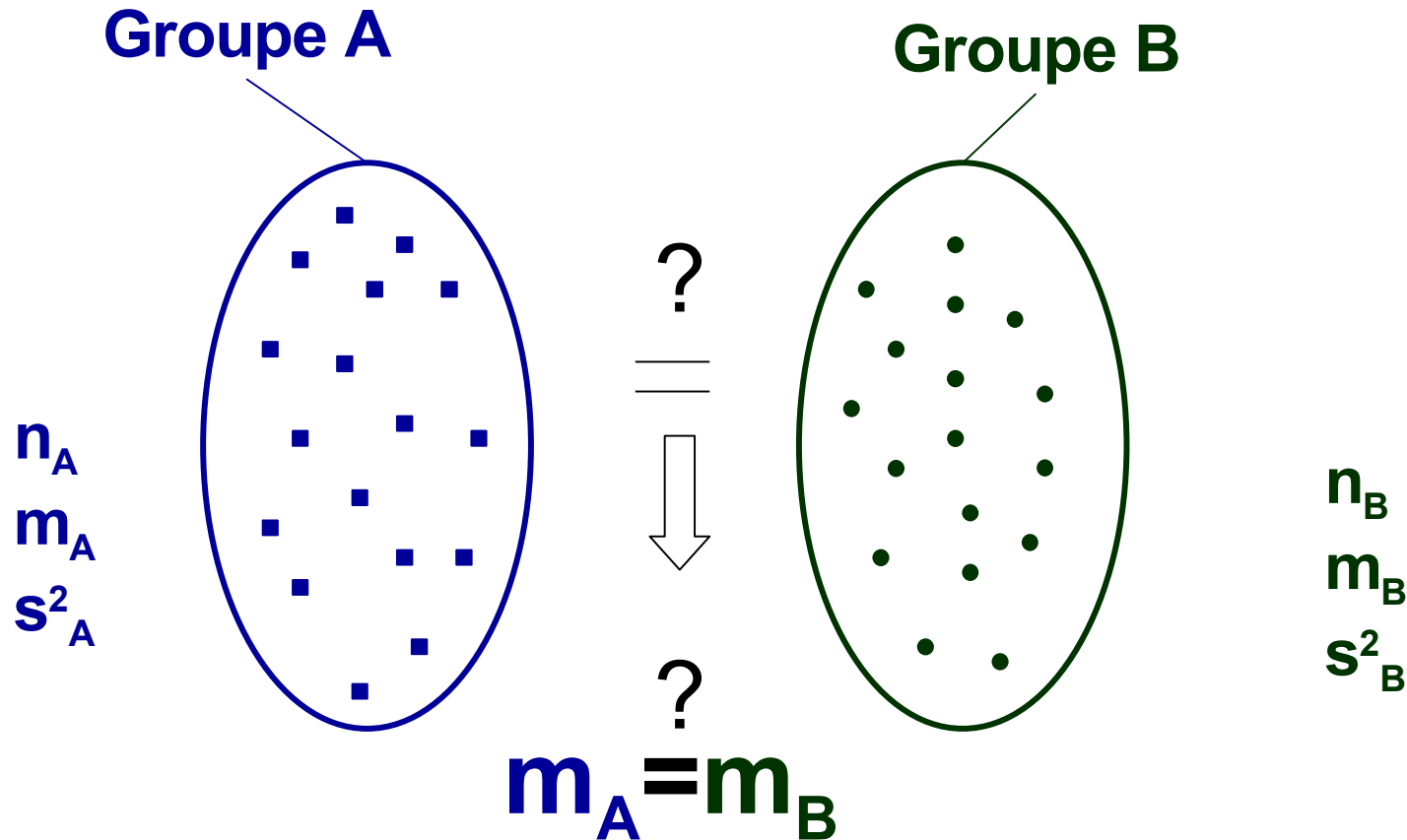
s^2_B

1. Rappels

2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
7. Pourcentage
6. Conclusion



2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
7. Pourcentage
6. Conclusion



Test de comparaison de 2 moyennes

II. Situation

- Avant de débiter une étude:
⇒ Construction du protocole

Exemple:

Facteur de risque de paludisme: **présent (A)**, **absent (B)**
Parasitémie à *P. falciparum* chez les enfants.

- Mais
 - 2 groupes ⇒ 2 observations **différentes**
 - Si la différence existe
⇒ **pouvoir séparer** les 2 groupes

Pouvoir séparateur

■ Analogie: le microscope

Si le biologiste ne voit rien

⇒ augmenter le grossissement

⇒ refaire le prélèvement



"ne rien voir" \neq "n'existe pas"

Pouvoir Séparateur

= Puissance

■ Analogie: le microscope

- Augmenter le grossissement:
dépend de la **dimension**
⇒ Pour un **test**: dépend de **l'effet** $m_A - m_B$
- Refaire le prélèvement:
⇒ Pour un **test**: prendre plus **d'enfants**

1. Rappels

2. Situation

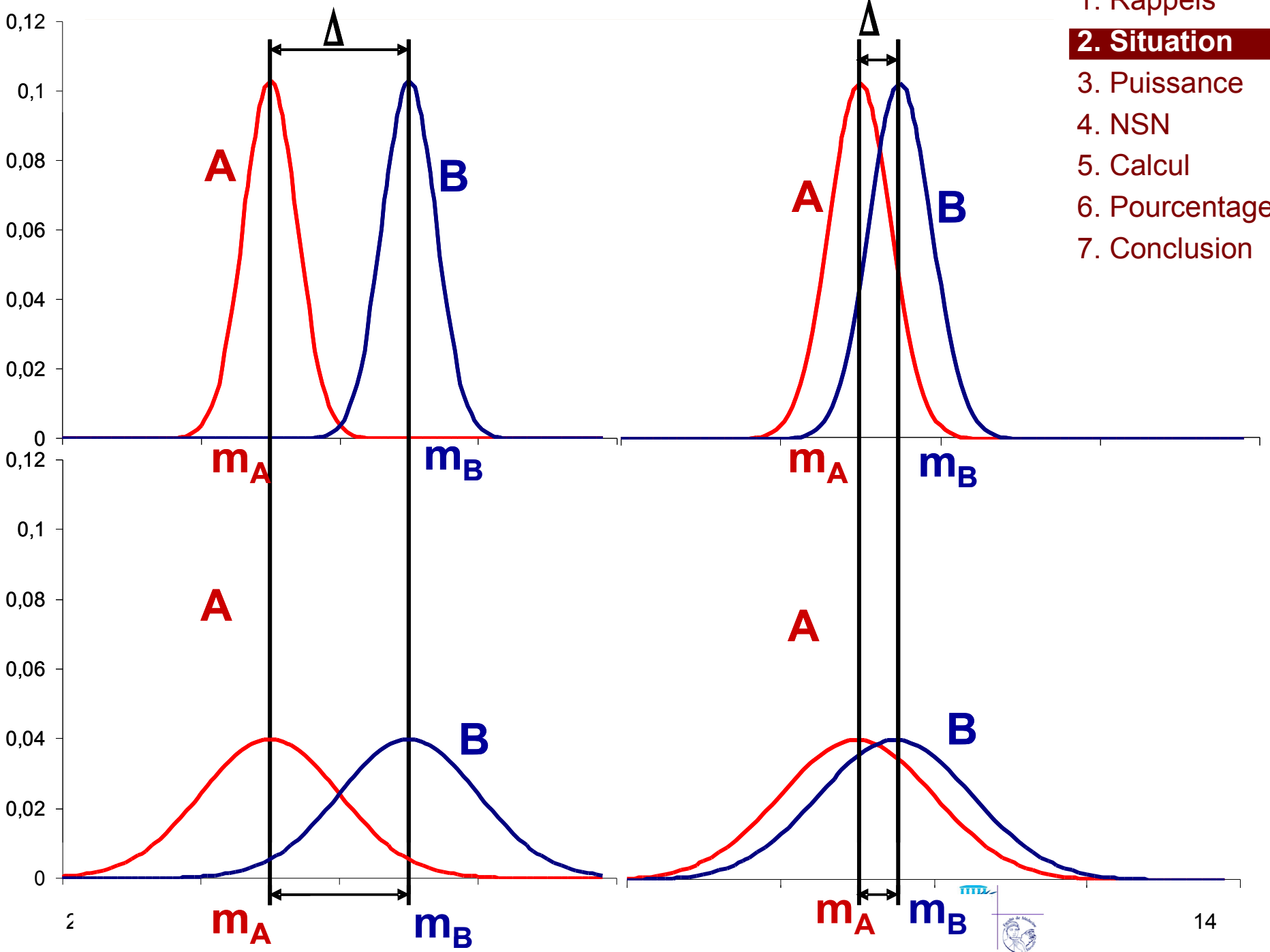
3. Puissance

4. NSN

5. Calcul

6. Pourcentage

7. Conclusion



III. Puissance

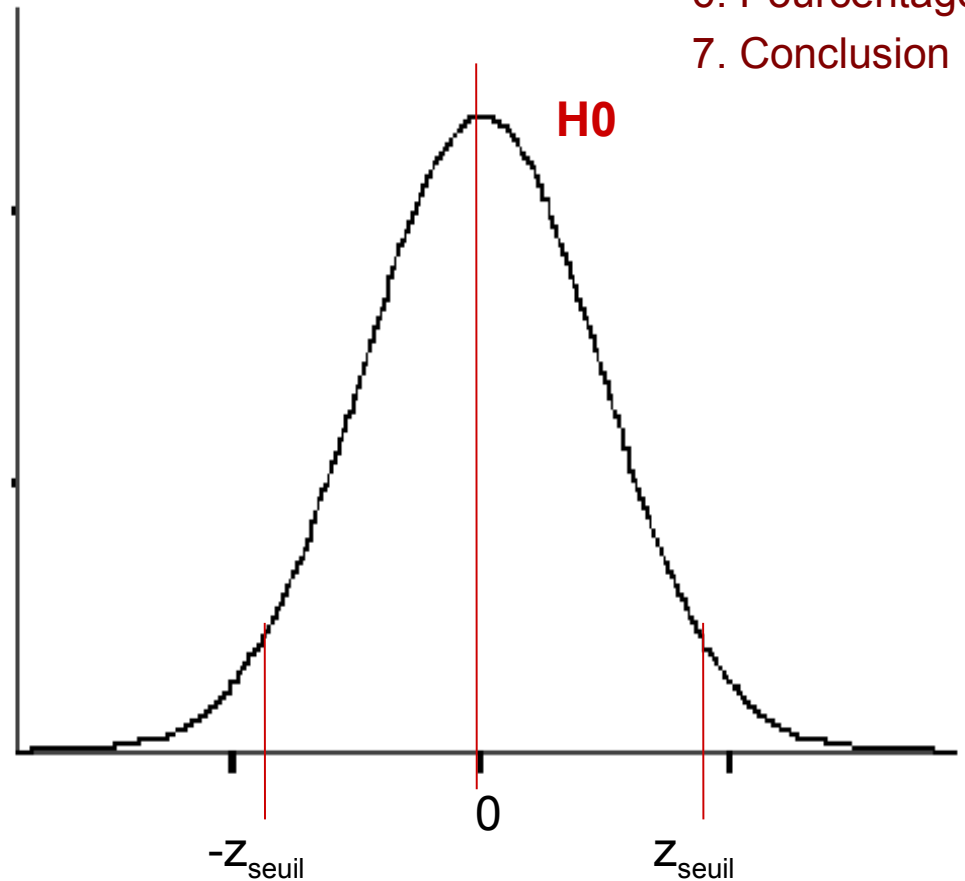
1. Rappels
2. Situation
- 3. Puissance**
4. NSN
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

1. Risques

- ▣ Risque de 1ère espèce

$\alpha = \text{prob}(\text{rejet } H_0 / H_0 \text{ vraie})$

$= \text{prob}(|Z| \geq z_{\text{seuil}} / H_0 \text{ vraie})$

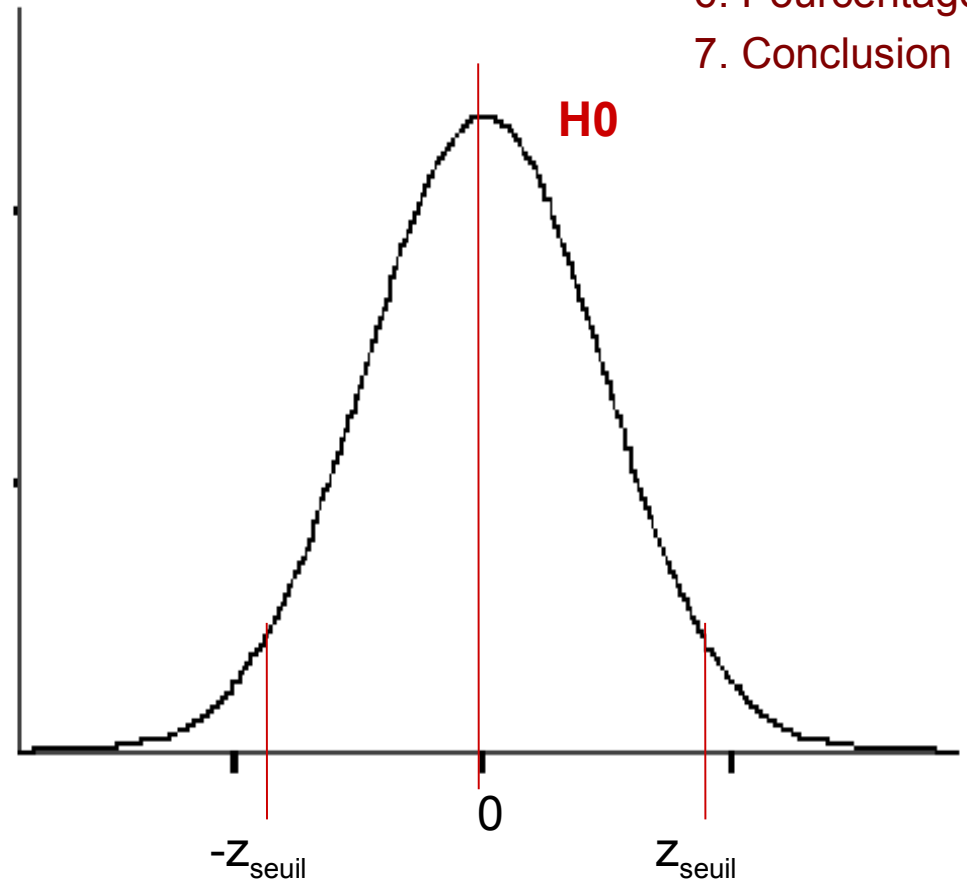


1. Rappels
2. Situation
- 3. Puissance**
4. NSN
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

■ Risques

□ Risque de 1ère espèce

$$\alpha = \text{prob}(\text{rejet } H_0 / H_0 \text{ vraie})$$
$$= \text{prob}(|Z| \geq z_{\text{seuil}} / H_0 \text{ vraie})$$

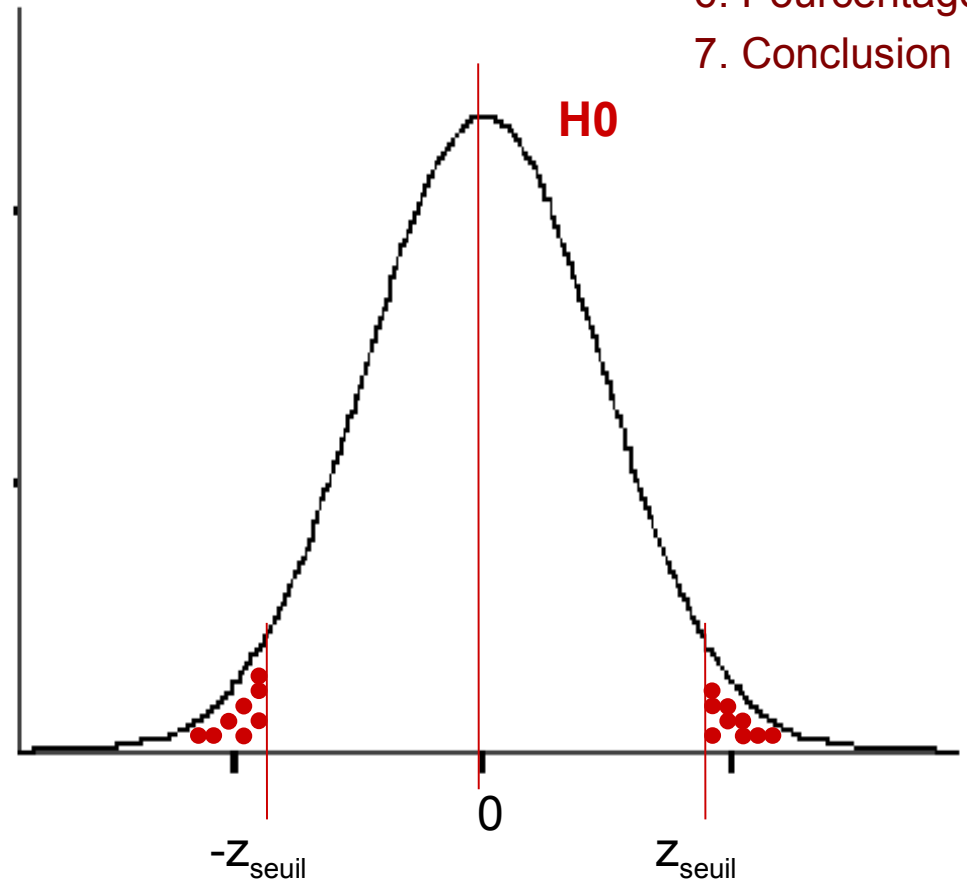


1. Rappels
2. Situation
- 3. Puissance**
4. NSN
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

■ Risques

□ Risque de 1ère espèce

$$\alpha = \text{prob}(\text{rejet } H_0 / H_0 \text{ vraie})$$
$$= \text{prob}(|Z| \geq z_{\text{seuil}} / H_0 \text{ vraie})$$



1. Rappels
2. Situation
- 3. Puissance**
4. NSN
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

❑ Risque de 2ème espèce

$\beta = \text{prob}(\text{non rejet } H_0 / H_1 \text{ vraie})$

$= \text{prob}(|Z| < z_{\text{seuil}} / H_1 \text{ vraie})$

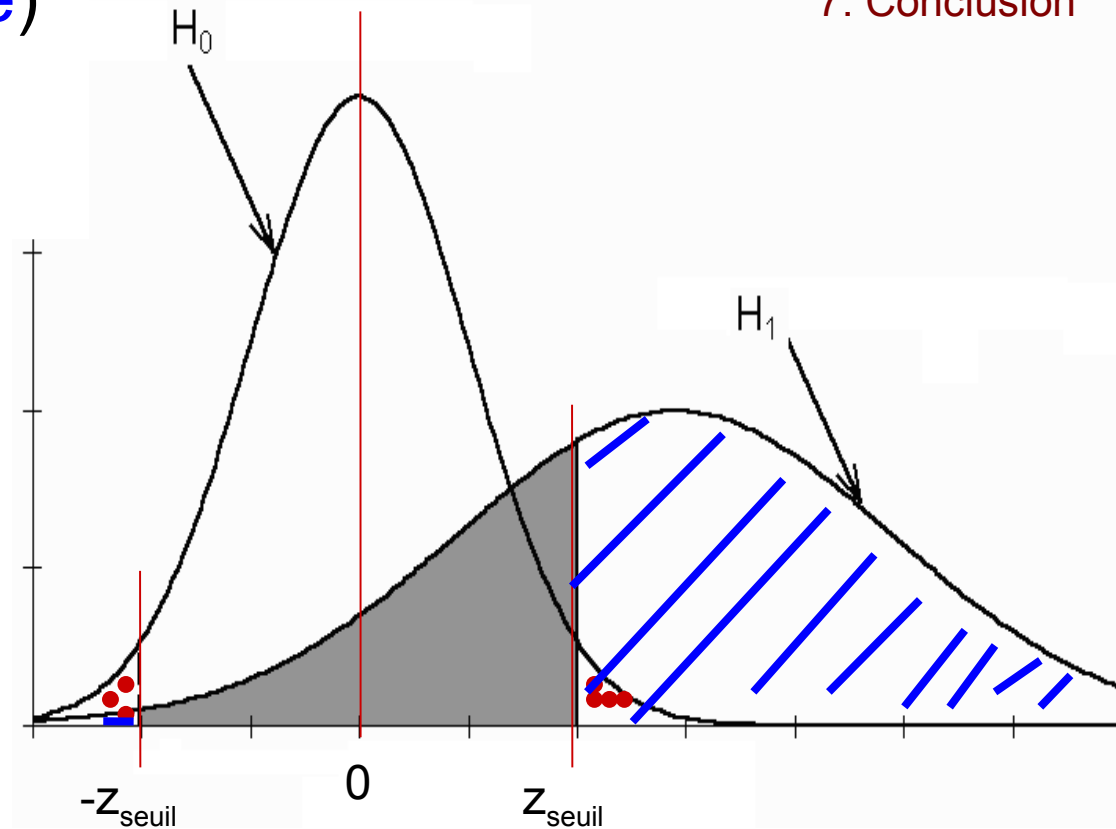
❑ Puissance

$1 - \beta$

$= \text{prob}(\text{rejet } H_0 / H_1 \text{ vraie})$

$= \text{prob}(|Z| \geq z_{\text{seuil}} / H_1 \text{ vraie})$

α



1. Rappels
2. Situation
- 3. Puissance**
4. NSN
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

■ Puissance

Capacité d'un test à montrer une différence

Dépend:

de la différence minimale d'intérêt Δ

du **nombre de sujets**

de la variance

du risque α

IV. NSN

Objectif:

Pouvoir séparer les 2 groupes.

⇒ **Combien de sujets** faut-il inclure dans chaque groupe?

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
- 4. NSN**
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
- 4. NSN**
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

Définition

Nombre de sujets nécessaire

- \Rightarrow **pouvoir séparer** 2 groupes (=puissance)
- \Rightarrow pour un **effet** (=différence) donné
- \Rightarrow pour une **variance** donnée
- \Rightarrow avec un **risque d'erreur** fixé

Paramètres

1. Le pouvoir séparateur

- Puissance d'un test statistique:

**Capacité à montrer
un effet
lorsqu'il existe**

- En général puissance $\geq 80\%$

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
- 4. NSN**
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

Paramètres

2. L'effet

■ Différence minimale d'intérêt:

$$\Delta = m_A - m_B$$

Exemples:

Facteur de risque **présent (A)** vs **absent (B)**

Groupe A: $m_A = 5000$ parasites / μ l } Pas d'intérêt
Groupe B: $m_B = 4500$ parasites / μ l }

Groupe A: $m_A = 5000$ parasites / μ l } Intérêt++
Groupe B: $m_B = 600$ parasites / μ l }

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
- 4. NSN**
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
- 4. NSN**
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

L'effet

- Choix difficile
- Fonction du problème
- Critères:
 - Biologiques
 - Cliniques

 - *Pas statistique*

Paramètres

3. La Variance

■ Variabilité de l'ensemble

Donnée par la connaissance:

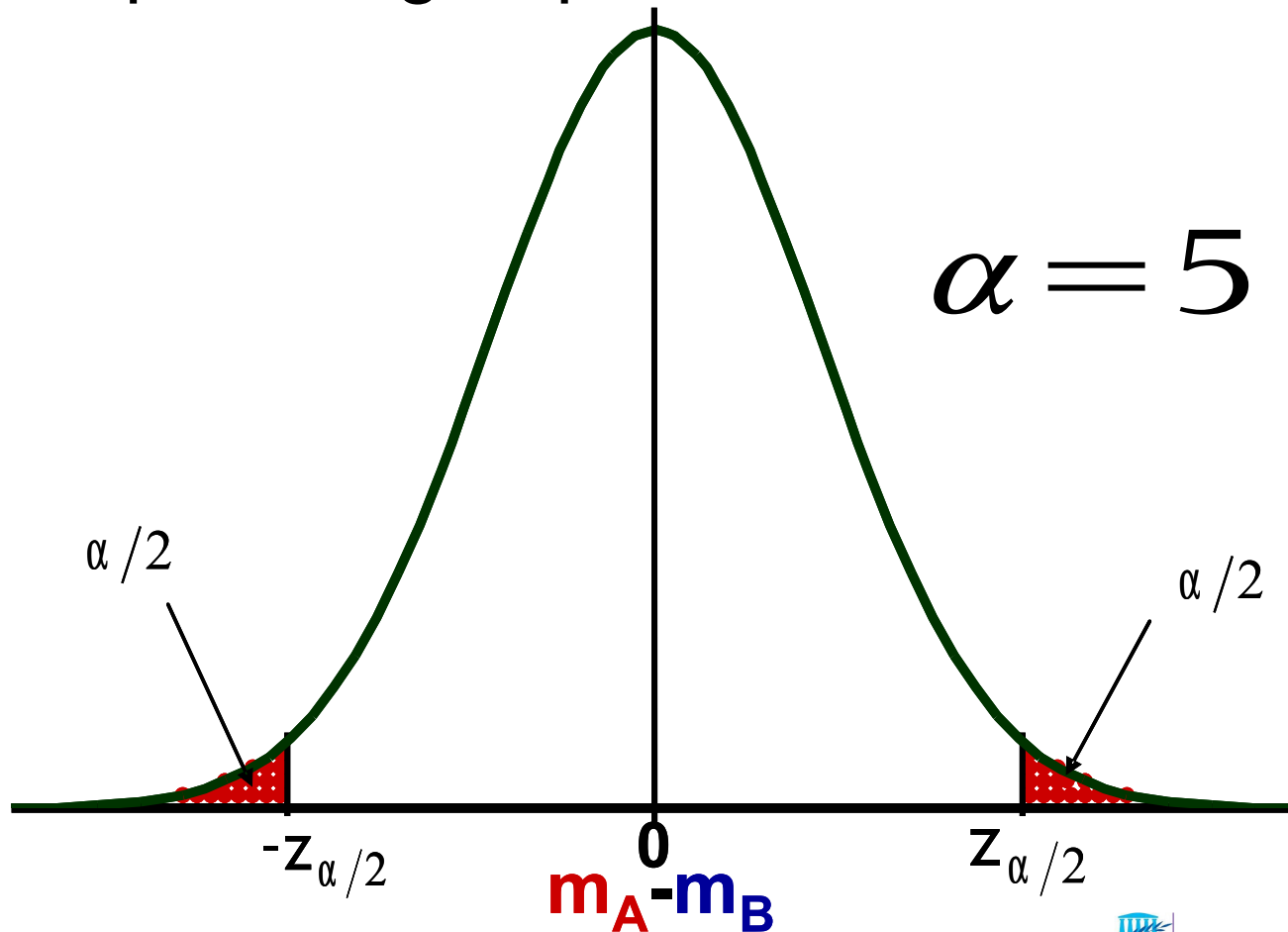
- Littérature
- Étude préliminaire

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
- 4. NSN**
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

Paramètres

4. Le Risque d'erreur

- Séparer 2 groupes **à tort**



1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
- 4. NSN**
5. Calcul
6. Pourcentage
7. Conclusion

V. Calcul

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

- Déterminer les 4 paramètres
 - Puissance: **80%** $\Leftrightarrow z_{\text{puis.}} = -0,842$ (loi Normale)
 - Différence minimale d'intérêt **$\Delta = 3000$**
 - Variance (étude préliminaire): **$s^2 = 75 \cdot 10^6$**
 - Risque **$\alpha = 5\%$** $\Leftrightarrow z_{\alpha/2} = 1,96$ (loi Normale)

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

- **Formule:** nombre de sujets nécessaire par groupe

$$n_A = 2 \times \frac{s^2}{\Delta^2} \times \left(z_{\alpha/2} - z_{\text{puis}} \right)^2$$

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

- **Formule:** nombre de sujets nécessaire par groupe

$$n_A = 2 \times \frac{s^2}{\Delta^2} \times (z_{\alpha/2} - z_{\text{puis}})^2$$

Diagram annotations:

- A blue box labeled "connaissance" has an arrow pointing to the s^2 term in the numerator.
- A blue box labeled "À définir" has an arrow pointing to the Δ^2 term in the denominator.

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

- **Formule:** nombre de sujets nécessaire par groupe

$$n_A = 2 \times \frac{s^2}{\Delta^2} \times \left(z_{\alpha/2} - z_{\text{puis}} \right)^2$$

Diagram annotations:

- A blue box labeled "connaissance" has an arrow pointing to the s^2 term in the numerator.
- A blue box labeled "À définir" has an arrow pointing to the Δ^2 term in the denominator.
- A red box contains the text " $\alpha=5\%$ " and " $\Leftrightarrow 1,96$ ", with a red arrow pointing to the $z_{\alpha/2}$ term in the parentheses.

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

- **Formule:** nombre de sujets nécessaire par groupe

$$n_A = 2 \times \frac{s^2}{\Delta^2} \times \left(z_{\alpha/2} - z_{\text{puis}} \right)^2$$

Diagram illustrating the formula for the number of subjects per group (n_A).

The formula is annotated with boxes and arrows:

- connaissance** (blue box) points to s^2 .
- À définir** (blue box) points to Δ^2 .
- $\alpha=5\%$
 $\Leftrightarrow 1,96$** (red box) points to $z_{\alpha/2}$.
- $1-\beta=80\%$
 $\Leftrightarrow -0,842$** (green box) points to z_{puis} .

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

- **Calcul:** nombre d'enfants nécessaire par groupe

$$n_A = 2 \times \frac{75 \cdot 10^6}{3000^2} \times (1,96 - (-0,842))^2$$

$$n_A = 130,85$$

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

■ Résultat

Il faut inclure **131** enfants par groupe pour que:
on ait **80%** de **chance**
de détecter un **effet** de **+3000**
pour une **variance** de **$s^2=75.10^6$**
et avec un **risque** de **$\alpha=5\%$**

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

■ Conditions d'applications de la formule

$$n_A \text{ et } n_B \geq 30$$



ou

Distributions Normales

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
- 5. Calcul**
6. Pourcentage
7. Conclusion

■ Nombre d'enfants à inclure:

□ Au cours de l'étude: **10%** de perte
⇒ inclure +10%

□ **Au total:** $131+14=145$ enfants par groupe

VI. Pourcentages

Comparaison de 2 pourcentages observées
(Test Bilatéral)

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
- 6. Pourcent.**
7. Conclusion

$$n_1 = \frac{1}{2} \frac{z_{\alpha/2} - z_{1-\beta}}{\arcsin \sqrt{P_1} - \arcsin \sqrt{P_2}}$$

IV. Pourcentages

Comparaison de 2 pourcentages observées
(Test Bilatéral)

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
- 6. Pourcent.**
7. Conclusion

$$n_1 = \frac{1}{2} \frac{z_{\alpha/2} - z_{1-\beta}}{\arcsin \sqrt{P_1} - \arcsin \sqrt{P_2}}$$

connaissance

IV. Pourcentages

Comparaison de 2 pourcentages observées
(Test Bilatéral)

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
- 6. Pourcent.**
7. Conclusion

$$n_1 = \frac{1}{2} \frac{z_{\alpha/2} + z_{1-\beta}}{\arcsin \sqrt{P_1} - \arcsin \sqrt{P_2}}$$

$\alpha=5\%$
 $\Leftrightarrow 1,96$

connaissance

IV. Pourcentages

Comparaison de 2 pourcentages observées
(Test Bilatéral)

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
- 6. Pourcent.**
7. Conclusion

$$n_1 = \frac{1}{2} \frac{z_{\alpha/2} - z_{1-\beta}}{\arcsin \sqrt{P_1} - \arcsin \sqrt{P_2}}$$

$\alpha=5\%$
 $\Leftrightarrow 1,96$

$1-\beta=80\%$
 $\Leftrightarrow -0,842$

connaissance

VII. Conclusion

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
6. Pourcentage
- 7. Conclusion**

Nombre de sujets

nécessaire pour qu'un **test statistique** puisse
avoir la **puissance** suffisante
pour montrer un **effet** minimum

Ethique:

- Défaut de méthodologie

⇒ ne pas voir l'effet

- d'un **facteur de risque**
- d'un **nouveau traitement**

1. Rappels
2. Situation
3. Puissance
4. NSN
5. Calcul
6. Pourcentage
- 7. Conclusion**

■ Références

Jean Bouyer: *Méthodes statistiques, Médecine-Biologie*,
éditions INSERM

■ Contact

jean.gaudart@univmed.fr

<http://cybertim.timone.univ-mrs.fr/>

Labo. d'**E**nseignement et de **R**echerche sur le **T**raitement de
l'**I**nformation **M**édicale,

Faculté de Médecine de Marseille